2. Verifica della qualità dell'apprendimento: le produzioni testuali autonome degli allievi (TEPs)

Gianfranco Arrigo

The term TEPs [literally: independent textual productions by pupils] refers to texts autonomously elaborated by pupils about mathematical questions (or generally on scientific issues). These are not to be confused with other written productions, such as class tests, notes or descriptions of procedures, which are non autonomous, but are subject to bounds more or less explicitly fixed. Among the various ways in which TEPs can be used, the article concentrates on the opportunities offered to surveys on the quality of learnings, by introducing some interesting examples.

Introduzione

Nell'articolo di Bruno D'Amore e Hermann Maier (vedi Bibliografia) con il termine TEPs [letteralmente: produzioni testuali autonome degli allievi][1] si intende *testi elaborati in modo autonomo dagli studenti ed aventi come soggetto questioni matematiche* (o generalmente scientifiche). Non bisogna confonderli con altre produzioni scritte, come per esempio compiti in classe, appunti, descrizioni di procedimenti ecc., che non sono autonome, ma sottoposte a vincoli più o meno esplicitamente stabiliti. Più vicina all'idea di TEP è, per esempio, la descrizione di una procedura fatta spontaneamente (per esempio in ambito di *problem solving*); anzi, l'origine degli studi sui TEPs si fa di solito risalire a «protocolli commentati di *problem solving*» Diciamo che si considerano TEPs quelle produzioni nelle quali lo studente, messo nella condizione di *volersi* esprimere in modo comprensibile e con linguaggio personale, accetta di liberarsi da condizionamenti linguistici e fa uso di espressioni spontanee.

Nel citato articolo sono elencati alcuni effetti dei TEPs, fra i quali mi sembrano particolarmente interessanti (i neretti sono nostri):

- La produzione di TEPs stimola lo studente ad analizzare e a riflettere su concetti matematici, relazioni, operazioni e procedure, ricerche e processi di problem solving con cui ha a che fare. Così ciascun allievo può raggiungere una **maggiore consapevolezza** ed una più profonda comprensione matematica di essi;
- i TEPs danno allo studente l'opportunità di tenere continuamente sotto controllo la propria comprensione di questioni matematiche, grazie ad un ragionato e riflessivo riscontro con l'insegnante ed i compagni di classe (**autovalutazione**);
- i TEPs consentono all'insegnante di valutare in modo effettivo la **conoscenza personalmente costruita** e la **comprensione di idee matemati-**

1. La denominazione originale tedesca viene da Ch. Selter, *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe*, Deutsche Universitätsverlag, Wiesbaden, 1994.

che, in maniera più dettagliata e profonda di quanto sia possibile sulla base dei comuni testi scritti, normalmente eseguiti come protocolli di attività di problem solving non commentati.

Se si propone agli studenti di produrre testi che possano dare una visione profonda del loro modo di fare, di pensare e di comprendere la matematica, bisogna essere sicuri che essi indirizzino i loro TEPs a qualcuno che ha *bisogno* di tutte le informazioni relative alla questione di cui si scrive; questo destinatario, per quanto fittizio, non deve coincidere con il vuoto o con l'insegnante stesso. Di solito gli allievi tendono ad immaginare come unico destinatario dei loro scritti l'insegnante, ma sanno benissimo che questi conosce già tutto quello che loro devono comunicare e ne deducono che l'unico suo intento è di esaminare la loro abilità. In questo modo non avvertono affatto il bisogno di dare una descrizione ed una spiegazione dettagliata ed esplicita.

Motivazioni appropriate per cambiare l'atteggiamento di chi scrive verso un ruolo differente da quello di allievo, per esempio, potrebbero essere quelle usate con inviti del tipo: «Immagina di essere un papà / una mamma, / un insegnante, ...» (D'Amore, Sandri, 1996; D'Amore, Giovannoni, 1997), che si sono rivelate incredibilmente coinvolgenti, se usate in modo opportuno. Altre potrebbero essere: quella di scrivere (una lettera) ad un bambino più piccolo o ad un compagno di classe che ha perso alcune lezioni a causa di una malattia e che vorrebbe essere informato su ciò che è stato fatto in sua assenza; scrivere un diario; disegnare un poster per una mostra; comporre un articolo su di un certo tema matematico; ecc. Oppure l'insegnante può organizzare una particolare situazione comunicativa nella quale, per esempio, uno studente deve descrivere un disegno geometrico in modo che il compagno di classe sia in grado di ricomporre la figura solo sulla base della sua descrizione. A volte può essere d'aiuto scostarsi dalle comuni situazioni di problem solving proponendo domande aperte o incomplete (D'Amore, Sandri, 1998).

Un esempio[2]

L'attività alla quale mi riferisco è stata svolta in una classe di seconda media. Gli alunni precedentemente hanno imparato a conoscere i numeri interi relativi, a disporli sulla retta dei numeri, e a eseguire nel loro insieme **Z** l'addizione e la sottrazione, che hanno poi accomunato nel concetto di somma algebrica. Si trattava ora di trovare un modo per moltiplicare i numeri interi relativi. L'insegnante non ha spiegato nulla, ma ha invitato gli allievi a eseguire una successione di moltiplicazioni (rigorosamente in **Z**), aiutandosi con i mezzi a disposizione, fra i quali vi era anche la calcolatrice. L'obiettivo era di spingere gli allievi a **indurre** in generale l'algoritmo che permette di eseguire correttamente la moltiplicazione in **Z**. Finito di eseguire i calcoli, gli allievi sono stati invitati a scrivere con parole proprie quello che avevano intuito. Ogni alunno è stato così stimolato ad analizzare e a riflettere sulla procedura appena indagata, al fine di raggiungere una maggiore consapevolezza.

Per l'insegnante la raccolta di questi testi rappresenta una ricca fonte d'informazione sulla qualità dell'apprendimento conseguito dalla classe e dai singoli.

2. Ringrazio l'insegnante Andrea Morandi che, in occasione di una mia visita nella sua classe, ha consentito la raccolta del materiale, oggetto della presente riflessione.

Le produzioni sono state classificate secondo… tipologie. Di ciascuna, produrrò un esempio. Il testo è riportato fedelmente, senza alcun intervento né sulla morfologia né sulla sintassi.

a) Sintesi corrette, senza commenti

TEP a1

È come fare delle moltiplicazioni normali, a parte che certe volte c'è davanti il «+» o il «–» e poi, «–» e «–» dà «+», «–» e «+» dà «–», «+» e «+» dà «+», «+» e «–» dà «–».

Commento

L'allievo mostra di avere capito in modo completo la procedura della moltiplicazione in **Z**; per descriverla si riallaccia ai casi «normali» (che sono poi quelli concernenti i numeri naturali), quindi a conoscenze già acquisite, ed esprime la «novità» mediante un'elencazione esaustiva. Il ricorso a conoscenze precedentemente assunte è indice di una corretta collocazione del nuovo apprendimento nella rete concettuale.

TEP a2

*La moltiplicazione in **Z** è uguale a l'insieme **N**, solo una cosa che cambia è che se c'è un numero negativo il risultato è sempre negativo però se ci sono 2 etichette uguali il risultato diventa positivo.*

Commento

L'allievo mostra di avere ben capito e inoltre di possedere già una buona capacità di sintesi e di generalizzazione. Si riallaccia anch'egli alla conoscenza già acquisita, ma lo fa usando un linguaggio più matematico, rispetto ad a1. Occorre interpretare correttamente l'espressione «*se c'è un numero negativo*», che va letta «se c'è **solo** un numero negativo». A questa età l'insegnante deve aiutare gli allievi ad acquisire un linguaggio più curato, coerente con la logica matematica.

b) Sintesi corrette, con commenti o interpretazioni originali

TEP b1

Quando in uno dei due numeri c'è l'etichetta meno si moltiplica andando verso sinistra. Quando i numeri sono entrambi negativi si calcola come se l'etichetta meno non ci fosse e anche quando sono entrambi positivi.

Commento

Qui si nota l'espressione «*verso sinistra*» che sta a significare la parte negativa di **Z**. L'allievo ha una predilezione per l'immagine figurale, che usa correttamente in senso matematico. Si può osservare come questo allievo identifichi il numero naturale con il numero intero positivo, la qual cosa non disturba affatto nemmeno la nostra mente matematica.

TEP b2

Noto che sono come le formule per l'addizione e la sottrazione: «+» e «+» dà risultato «+», «–» e «–» dà risultato «+», «+» e «–» dà risultato «–».

Commento

Ecco un caso difficile da interpretare. Presa alla lettera, la prima affermazione risulta evidentemente errata. Ma, con forte probabilità, l'allievo si riferisce ai casi che si riscontrano in una somma algebrica in **Z**, e cioè:

$+(+a)=+a$, $-(-a)=+a$, $+(-a)=-(+a)=-a$

Se così fosse, sarebbe il momento buono per fargli notare l'equivalenza seguente:

$+(+a) = (+1) \cdot (+a)$,
$-(+a) = (-1) \cdot (+a)$.
$+(-a) = (+1) \cdot (-a)$
$-(-a) = (-1) \cdot (-a)$

A questo punto la conoscenza è completa e la rete concettuale si arricchisce di una nuova importante maglia.

TEP b3

Noto che «+ · + = +», che «– · + = –», che «– · – = +», che «+ · – = –»! Con il segno per (·) molte volte il risultato è alto o in altri casi è basso in maniera molto marcata. Prima si esegue il calcolo e poi si utilizzano le tecniche scritte in precedenza.

Commento

Dopo aver detto che anche questo allievo dà prova di una buona capacità di sintesi e di generalizzazione (vedere la prima e la terza frase), fermiamo l'attenzione sulla seconda frase. Ci sconcerta? Ci fa sorridere o ci incavola? Basta ricordarsi del «matematichese», così ben descritto da Bruno D'Amore e Patrizia Sandri. L'allievo ha sentito dire dall'insegnante: «Scrivete tutto ciò che vi viene in mente». Ha considerato che la sua risposta era un po' troppo sintetica e ha pensato bene di aggiungere una frase… riempitiva.

c) Sintesi… ermetica e incompleta

TEP c1

Noto che nei calcoli con la sottrazione non si bada più al suo segno, ma si tralascia subito via (nei calcoli che hanno lo stesso segno).

Commento

L'allievo ha subito catturato l'aspetto che lo ha più colpito: il caso dei segni uguali. Non dice nulla dell'altro caso: forse lo ritiene sottinteso?

d) Sintesi incompleta e legata a casi particolari

TEP d1

Con i numeri positivi è normale la moltiplicazione, ad esempio:
(+3) · (+7) = + 21 e 3 · 7 = 21
quindi con i positivi si aggiunge il «+».
Invece con i numeri negativi si aggiunge il «–», ad esempio
(–2) · (+9) = –18

Commento

L'allievo si aggrappa subito al caso più semplice, quello che lo tranquillizza e lo fa aiutandosi con un esempio concreto (non è ancora in grado di generalizzare correttamente). Poi, sbagliando, riunisce tutti i casi in cui c'è il segno meno (almeno uno). Rimane scoperto il caso dei due segni meno. Questo allievo ha ancora un serio problema di apprendimento: occorrerà prenderlo a parte e aiutarlo a completare la sua conoscenza.

TEP d2
Se si toglie il più dell'etichetta il calcolo è come una normale moltiplicazione:
(+3) · (+7) = 21   3 · 7 = 21
Nelle moltiplicazioni con un numero negativo è come una normale sottrazione solo che c'è un per.
Il per e meno diventano un per.

Commento

Anche questo allievo si aggrappa subito al caso più semplice, quello che lo tranquillizza e lo fa aiutandosi con un esempio concreto (non è ancora in grado di generalizzare correttamente), mostrando chiaramente il parallelismo tra **Z+** e **N**. La seconda frase può probabilmente essere interpretata come nel caso b2.

Di fronte all'ultima frase, però, si rimane molto perplessi: essa può essere indice di una pericolosa confusione.

Considerazioni dell'insegnante Andrea Morandi

Nei momenti di apprendimento ritengo l'utilizzo dei TEPs utile ed interessante per diversi aspetti. Soprattutto quando si tratta di introdurre un nuovo argomento, perché il fatto di dover scrivere e descrivere ciò che si è osservato (intuìto, scoperto, …) obbliga (o perlomeno stimola) l'allievo a impegnarsi al massimo, a soffermarsi sul problema, a superare la difficoltà e, di conseguenza, facilita il raggiungimento di un determinato obiettivo. Non è irrilevante anche il fatto che, dovendo produrre un testo autonomamente, tutti gli allievi sono impegnati e lavorano, ciò che potrebbe non capitare con la stessa intensità durante una lezione dialogata. In particolare, ritengo che produrre un testo metta l'allievo sotto pressione (in senso positivo), più che in una discussione con la classe intera. Inoltre, l'allievo, essendo confrontato con un foglio e non direttamente con il docente, si sente sicuramente più libero e meno condizionato nella propria produzione. Diventa allora importante la consegna «scrivi tutto quello che ti viene in mente e che ritieni corretto, dopo averlo analizzato».

Un altro ambito nel quale utilizzo i TEPs è quello del problem solving; richiedere agli allievi una descrizione della procedura utilizzata per la risoluzione del problema (meglio se la richiesta non è per il docente ma per una persona che ha più difficoltà dell'allievo stesso) stimola quest'ultimo a soffermarsi, a riflettere maggiormente e con senso critico su ciò che sta facendo.

Ovviamente tutto ciò presuppone uno sforzo ed un dispendio d'energie e tempo maggiore da parte degli allievi. Questi, però, se vengono convenientemente messi al corrente della problematica, accettano di buon grado il compito supplementare, coscienti che lo stesso ha influenze positive sul loro apprendimento.

Considerazioni conclusive

Gli esempi prodotti ci danno anche una prima idea dell'utilità che possono avere i TEPs per quel che concerne l'indagine sulla qualità dell'apprendimento. In questo ambito, non ci si accontenta della riuscita (tutti questi allievi avevano eseguito correttamente i calcoli assegnati), ma si vuole approfondire la ricerca per mettere in luce **come** l'allievo si costruisce le proprie convinzioni e **come** tesse la sua rete concettuale. Qui entrano in gioco parecchie variabili, oltre a quella relativa al rendimento in senso stretto; variabili che concernono, sì, le prestazioni dei singoli, ma anche il modo con cui si è verificato l'apprendimento, come pure il modo nel quale questo apprendimento convive con altri già acquisiti (inserimento del segmento di apprendimento nel curricolo scolastico[3]).

In questa prospettiva si innesta pure il discorso sulla *robustezza degli apprendimenti*, che è attualmente oggetto di una ricerca nel Canton Ticino[4]. Il problema è il seguente: fino a che punto una risposta corretta è indice di un apprendimento completo (cosciente, fondato, resistente a determinate obiezioni)? Potremmo anche dire: è indice di una competenza veramente raggiunta? Per dare una risposta sensata occorre andare oltre il test scritto tradizionale e portare alla luce le ragioni nascoste che hanno indotto il soggetto a scegliere la risposta corretta. Questa indagine può essere fatta mediante colloqui e TEPs. I primi rivelano per lo più aspetti che l'insegnante cerca, dunque particolari ipotizzati a priori. I TEPs, per contro, hanno il pregio di far uscire anche quello che l'insegnante non ha affatto previsto. Negli esempi appena citati si possono riconoscere alcune manifestazioni di questo interessante e importante aspetto dell'indagine valutativa.

Bibliografia

B. D'Amore, H. Maier
Produzioni scritte degli studenti su argomenti di matematica (TEPs) e loro utilizzazione grafica, La matematica e la sua didattica, Pitagora editrice, n. 2, 2002, pagg.144-189.

A.B. Powell, M. Ramnauth
Beyond questions and answers: prompting reflections and deepening understandings of mathematics using multiple-entry logs, For the learning of mathematics, 12, 2, pagg. 12-18.

B. D'Amore, P. Sandri
«*Fa' finta di essere …». Indagine sull'uso della lingua comune in contesto matematico nella scuola media*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 19A, 3, pagg. 223-246.

B. D'Amore, L. Giovannoni
Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico. Un'esperienza didattica nella scuola media. La matematica e la sua didattica, n. 4, pagg. 360-399.

3. Si vedano in particolare i testi: M. Fandiño Pinilla, *Curricolo e valutazione*, Pitagora, Bologna, 2002; Autori vari, *Il curricolo di matematica dalla scuola dell'infanzia alla secondaria superiore*, Pitagora, Bologna, 2003, curato dal NRD di Bologna.
4. La ricerca-azione è condotta da Gianfranco Arrigo e si svolge nell'ambito dei corsi di formazione continua organizzati dall'Alta Scuola Pedagogica di Locarno. È iniziata lo scorso mese di settembre e si prolungherà nell'anno scolastico 2003-04, con l'inserimento di un gruppo di insegnanti italiani.